

「量子将棋」ゲームの複雑さについて

The Complexity of the Game “Quantum Shogi”

大槻 正伸

福島工業高等専門学校電気工学科

Masanobu Ohtsuki

Fukushima National College of Technology, Department of Electrical Engineering

(2014年9月16日受理)

The computers have become more skilful than the top human players in almost all of the known zero-sum, perfect-information, two-men games such as chess, checker, shogi, etc. Now it is tried to create a new complex games which cannot be well played by computers but by human players. “Quantum Shogi” is proposed in 2013 and expected to be such a complex game. In this paper, we measure the complexity of the Quantum Shogi by counting up the possible phases of it. As a result, we have $10^{60} \leq |S| < |Q| \leq 1.36 \times 10^{227}$, where $|S|, |Q|$ is the number of possible phases of normal Shogi, Quantum Shogi respectively.

Key words: Shogi, Complexity of Games, Quantum Shogi

1. はじめに

近年、コンピュータハードウェアの向上（高速化、メモリの大容量化）、ソフトウェアの発達（ゲームごとの技術向上、機械学習手法の発達等）により、様々な完全情報 2 人零和ゲーム^{2) 5)}をプレイするコンピュータのレベルが、非常に向上してきている^{1) 2) 7)}。

1997 年には、当時のチェスの世界チャンピオンカスパロフに IBM のコンピュータ「ディープブルー」が勝利した。これにより、まだ解決されていない (i. e. コンピュータが人間のトップに勝てない) ゲームである囲碁、日本の将棋におけるコンピュータのレベルアップが大きな目標となった。

2010 年ごろからコンピュータ将棋はプロ棋士に匹敵するレベルに達したとされ、2013 年には、将棋のプロ棋士 5 人対コンピュータ 5 台（それぞれ異なるハードウェアに異なるソフトウェア搭載）が対局し、コンピュータ側の 3 勝 1 敗 1 引き分けとなった^{1) 11)}。2014 年には前回と異なり、今度は同じハードでプロ棋士 5 人と 5 種類のソフトが対戦し、コンピュータの 4 勝 1 敗となった¹¹⁾。このように、将棋でもすでにプロのレベルに達したコンピュータはいよいよプロのトップ棋士に勝つ日も近いと予想されている。

なお、現在のコンピュータ囲碁はモンテカルロ法の導入等により、トップアマのレベルまで達しているが、プロのレベルには到達されていないといわれている。

以下、本論文で単に「ゲーム」という場合「完全情報 2 人零和ゲーム」のことを指すものとする。

このように、ゲームをプレイするコンピュータがレベルアップするにしたがって、コンピュータの手に負えないゲーム、すなわち、コンピュータが人間に勝てないゲームを作りだすことが考えられている。

その試みとして「Arimaa」⁸⁾、「量子将棋」⁹⁾が提案されている。「Arimaa(アリマア)」は元 NASA 職員オマール・サイド(Omar Syed) が考案し、2002 年 11 月 20 日に発表したゲームである。Arimaa はチェス盤を用いて、まずプレイヤーが駒の配置をしていき、先手後手ともに全ての駒を配置し終わってから対戦を始めること、したがって初期局面が 1 種類でなく、天文学的個数あること、また 1 手番で最大 4 回まで動かせること等のルールがあるため、チェスよりも複雑なゲームになっている。今のところコンピュータは Arimaa の強い人間に勝利していない。

一方日本では、2013年に「(駒の動きが) 観測されて初めて状態が決定するが、それまではいくつかの重ね合わせの状態にいる」という、いわば量子の性質を持つ駒を用いる、新たなルールの将棋が提案された。これは「量子将棋」とよばれる⁹⁾。量子将棋のルールについては後述する。また、この新たな量子将棋に対して、通常の将棋をここでは「本将棋」とよび、両者を明確に区別することとする。なお、いまのところ、量子将棋を人間と対

戦する強いコンピュータソフトの開発、量子将棋の複雑さの計量等はほとんど進んでいない(ただし、量子将棋を人間2人で対戦する場合はコンピュータの助けがあると大変便利ではある)。

Arimaaや量子将棋のような新しいゲームについて考察する場合、次の2点に注意しておく必要がある。

(1) これらのゲームに対するコンピュータのレベルが上がっても、それがどこまで進んだのかが明確には分かりにくいこと(チェス、将棋、囲碁など歴史もありポピュラーなゲームでは初心者からトッププロまで様々なレベルの人間が存在するため、コンピュータがどこまで強くなったかがかなり明確に判断できるが新しいゲームではそうではない)。

(2) 新しいゲームがたとえ複雑であったとしても人間にとって面白いゲームであるかどうかを判断するには、複雑さとは別の評価が必要であること(例えば100路盤の囲碁は非常に複雑ではあろうが、人間にとって面白いゲームであるとは思えない)。

さて、ゲームの複雑さを計測する方法はいくつか提案されている。代表的なものとしては次の2つがある³⁾⁴⁾。

(A) ゲームの木の平均分岐数^{平均終了手数}

(「平均分岐数」の「平均終了手数」乗)

(B) ルール上可能な局面の種類数

(A) であるが、本将棋の場合、各局面で平均80手のルール上可能な指し手があり、平均115手で勝負がつくから、 $80^{115} \approx 10^{220}$ が (A) で計量した本将棋の複雑さである。因みにこれにより2010年将棋の女流プロと対戦したコンピュータシステムは「あから(阿加羅= 10^{220})」という名がつけられている²⁾⁷⁾。

しかし、この(A)による複雑さの計量は多分に経験値を必要とするところがある。一方(B)の方は純粋に数学的、組み合わせ論的に決定されるものである。

そこで本論文の目的は、ゲームを複雑にする方向の1つである「ゲームの量子化」が、本将棋の場合どの程度複雑さを増やせるのかを(B)の方法で理論的に計量することである。したがって、本論文では、ゲームの面白さについては議論せずに、将棋のようなゲームが量子ルール化した場合、コンピュータに手が負えなくなる可能性はあるのか、その解析の一步を与えることにつながるものである。

以下では、2. では量子将棋の概要について説明し、3. では実際に量子将棋の複雑さを計量する。

2. 量子将棋のルール

量子将棋のルールについてその概要を説明する。本将棋のルール¹⁰⁾については既知であることを仮定する。

量子将棋のルールについては2013年にまだ提案されたばかりであり、細かいところで統一されていない部分もあるが、おおよそ次のようなルールとなっている。

- ・初期局面で、駒はあらゆる種類の駒である可能性を持っており、駒が移動するとあり得ない駒の可能性が除かれ駒の種類が定まっていく。また例えば、ある駒が飛車と決まったら、その他の「それまで飛車の可能性があった駒」から飛車の可能性が排除される。
- ・駒の枚数配分は先手後手それぞれ本将棋と同じ。
- ・駒を取るととられた駒は玉である可能性がなくなる。
- ・王に確定した駒をとれば勝ち。
- ・二歩、王手放置は許可する。

ある駒の可能性が排除されることを、「収束する」あるいは「収束する」と表現することもある。本論文では、「収束」という用語を用いることとする(「飛に収束する」、「<香歩>の状態に収束する」等々)。

ここで、例として1局の量子将棋対局を見てみるが、その前にまず駒の状態の表記について定義する。

駒はいくつか種類の駒の「重ね合わせ—その駒になる可能性」の状態があり得る。初期局面では全ての駒は、全ての種類の駒の重ね合わせである。これを本論文では「<A>」(Allの意)で表す。記号「<>」は、駒が重ね合わせの状態にあることを表す。

また、例えば「飛車と香車と歩の重ね合わせ」の状態を、可能性のある駒の種類を全て列挙して<飛香歩>のように<>で括り表現することもある。1つの状態に収束した場合<>を省略する。例えば<歩>は単に歩と表現する。そうすると<A>=<玉飛車金銀桂香歩>である。

<A-玉飛>=<角金銀桂香歩>のように、「-(マイナス)」の記号も適宜用いることとする。

さらに、次の<F>、<DF>、<DB>を定義する。

<F>=<玉飛金銀香歩>(Forward—<A>が1マス前進したときに、角、桂の可能性が排除された新たな状態。「一步以上前に進む能力のある駒」の意)

<DF>=<玉角金銀>(Diagonally Forward <A>が1マス斜め前に進むことによってこの状態になる。

「斜め前に進む能力のある駒」の意)

<DB>=<玉角銀>(Diagonally Backward <A>が1マス斜め後ろに進むとこの状態になる。「斜め後ろに進む能力のある駒」の意)

ここで、量子将棋の1局の棋譜例をあげる。指し手

1手を示すには、次のように記述することとする。
 手番記号(▲△) 移動後位置 <移動前の駒の状態>
 [移動前位置] (<状態が変化した場合、変化後の状態>)
 <棋譜の例 Fig.1参照> ▲6八<A>[5七](<DB>)
 △8四<A>[8三](<F>) ▲8四同<A>[3九](<角>)
 △8四同<A>[7三](<DF>) ▲5八<DB>[6八](<玉>)
 △5八<A>[5三](<飛,香>)... まで6手で後手の勝ち。

上記棋譜の記号について説明する。

▲は「先手」、△は「後手」を意味する。
 6八<A>[5七](<DB>)は、「6八に量子状態<A>の駒が、5七から移動し、その結果、量子状態が<DB> (=<玉, 角, 銀> 上述)」となったことを示す。

この一局について説明する。

初期局面はFig.1(0)のように、全ての駒が本将棋と同じ位置に並べられている。ただし、その状態は全て<A>であり、全ての駒はどの駒にでも変化する可能性がある。▲6八<A>[5七](<DB>)により、先手が5七から<A>の駒を斜め後ろに移動した。その結果もともと<A>の状態にあった駒が斜め後ろに動ける可能性がある玉、角、銀の状態の重ね合わせの状態=<DB>になる (Fig.1(1))。

△8四<A>[8三](<F>) ▲8四<A>[3九](<角>)

と進み、先手は、後手の駒<F>を取って持ち駒とした。ただし、とられた駒からは玉の可能性が排除され<F-玉>の状態となる。このとき、持ち駒が先手由来の駒か後手由来の駒かを明確にしておかないと、後手の駒の状態収束の判断ができなくなる場合があるため、持ち駒には「▲」=先手由来、「△」後手由来まで明確にしておく。

以下6手で後手が勝ちとなったが、量子将棋では相手玉を詰めるのではなく、相手玉(玉に収束した駒)を取ったときに勝負がつくものとされる。なお、Fig.1(3)では正確にいうと、先手の駒は「A-角」(Aマイナス角)、「DB-角」等(角の可能性がなくなった状態)になるが、ここでは簡潔さを優先し不正確ながら「A」のままにして表示してある。(4)(5)(6)の局面も同様である。

3. 量子将棋の可能な局面数

3.1 量子将棋の可能な局面数の下界

本将棋におけるルール上可能な局面の集合を S , 量子将棋のそれを Q とする。集合 S, Q の要素数をそれぞれ、 $|S|, |Q|$ とする。これらを正確に求めることは非常に困難であり、現在もこれらの正確な値は求まっていない。以下では $|Q|$ を下界、上界では喜んで評価する。まず $|Q|$ について次のように下界が評価できる

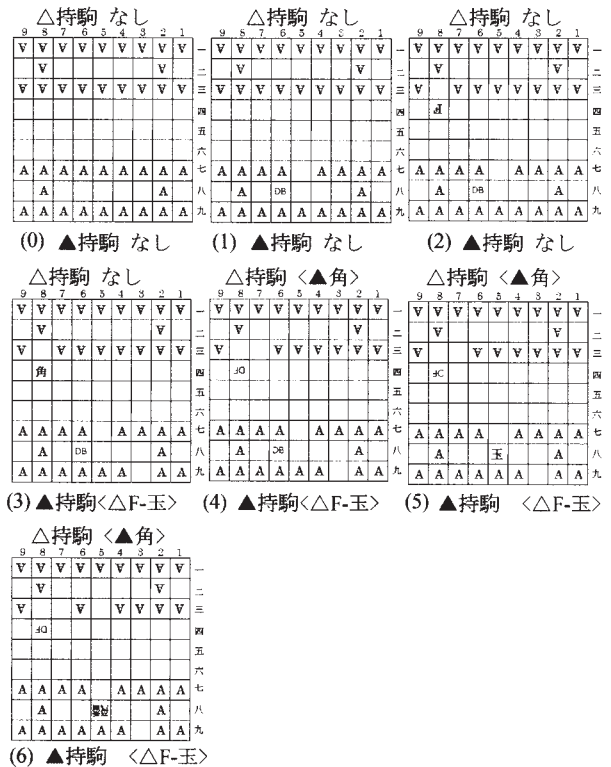


Fig.1 An example of Quantum Shogi Played

【定理1】 $S \subset Q$ (かつ $S \neq Q$) として、

$$10^{60} \leq |S| < |Q| \text{ が成り立つ。}$$

<証明> $10^{60} \leq |S|$ ($\leq 10^{70}$) については、文献4)で証明されているから、ここでは $S \subset Q$ (かつ $S \neq Q$) を示せば定理の証明が完了する。

以下の手順により、合法的に、量子将棋の初期局面から本将棋の初期局面に移ることができる。

量子将棋では、全ての駒が1種類の駒の状態に収束すれば、あとは本将棋と同じルールとなるから、 $S \subset Q$ が成り立つ。そして明らかに、Fig.1(0)の局面 $\notin S$ であるから $S \neq Q$ となる。

<量子将棋から本将棋に移行する手順(以下では漢数字も算用数字で表現する)>

▲58<A>[28](飛) (Fig.2(1)) △52<A>[82](飛)

(状態未収束の全ての駒は<A-飛>になっている)

▲28 飛[58]△82 飛[52] (Fig.2(1))▲58<A-飛>[59](<F-飛>)

△52<A-飛>[51](<F-飛>) ▲48<F-飛>[58](<玉金>)

△62<F-飛>[52](<玉金>) ▲59<玉金>[48] (玉)

△51<玉金>[62] (玉) (状態未確定の駒は<A-玉飛>になっている) (10手)

▲58<A-玉飛>[49](<角金銀>) △52<A-玉飛>[61](<角金銀>)

>) ▲38<A-玉飛>[39](<金銀香歩>) △72<A-玉飛>[71]

(<金銀香歩>)

- ▲49<金銀香歩>[38](銀) △61<金銀香歩>[72](銀)
- ▲48 銀[49]△62 銀[61]▲39 銀[48]△71 銀[62] (20 手)
- ▲48<角金銀>[58](金)△62<角金銀>[52](金)
- ▲49 金[48]△61 金[62] (Fig2.(3))
- ▲58<A-玉飛>[69](角金銀)△52<A-玉飛>[41](角金銀)
- ▲78<A-玉飛>[79](F-玉飛)△32<A-玉飛>[31] (F-玉飛)
- ▲69<F-玉飛>[78](銀)△41<F-玉飛>[32](銀) (30 手)

(▲58 と △52 の駒は<角金>になり、その他の状態未確定の駒は<A-玉飛銀>となる)

- ▲79<A-玉飛銀>[88](角)△31<A-玉飛銀>[22](角)
- (▲58 と △52 の駒は<金>になり、その他の状態未確定の駒は<桂香歩>となる)

- ▲88 角[79] △22 角[31]
- ▲68 銀[69] △42 銀[41] ▲79 銀[68] △31 銀[42]
- ▲68 金[58] △42 金[52] (40 手) ▲69 金[68]△41 金[42]

(42 手) (Fig.2(4) 玉,飛,角,金,銀は確定し、将棋の初期局面の位置にある。残りの駒はすべて<桂香歩>の状態)

- ▲16<桂香歩>[17](<香歩>) △94<桂香歩>[93](<香歩>)
- ▲96<桂香歩>[97](香歩) △14<桂香歩>[13](<香歩>)
- ▲17<桂香歩>[29](桂) △93<桂香歩>[81](桂)
- ▲97<桂香歩>[89](桂) △13<桂香歩>[21](桂) (50 手)

(Fig.2(5) ここで未確定駒は全て<香歩>になっている)

- ▲25 桂[17] △85 桂[93] ▲13 桂[25] △97 桂[85]
- ▲97 同<香歩>[99](香) △13<香歩>[11](香)
- ▲17<香歩>[19](香) △93<香歩>[91](香)
- ▲15 歩[16] △15 同歩[14] (60 手)
- ▲15 同香[17] △15 同香[13] ▲95 歩[96] △18 香成[15]
- ▲18 同飛[28] △92 飛[82] ▲28 飛[18] △82 飛[92]
- ▲94 歩[95] △94 同香[93] (70 手)
- ▲94 同香[97] △13 歩[打] ▲92 香成[94] △92 同飛[82]
- ▲17 歩[打] △82 飛[92] ▲97 歩[打] △93 歩[打]
- ▲19 香[打] △11 香[打] (80 手)
- ▲99 香[打] △91 香[打] ▲29 桂[打] △21 桂[打]
- ▲89 桂[打] △81 桂[打]

まで 86 手にて本将棋の初期局面になる。

□ (定理 1)

3.2 量子将棋の可能な局面数の上界

量子将棋のルール上可能な局面数の上界を求める。

以下では、組み合わせ論的な考察およびそれに基づく数値計算により、可能な局面数を上から評価する。これは、量子将棋に限らず、他の将棋のようなゲーム

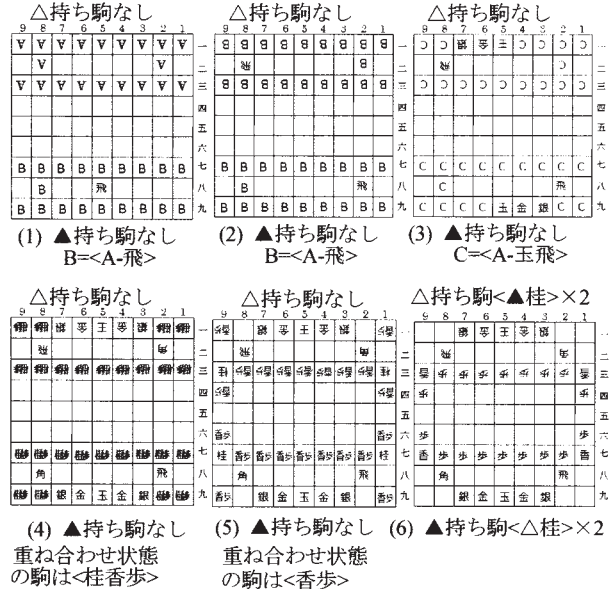


Fig.2 Phases after some moves in Theorem 1

(チェス、どうぶつ将棋⁶⁾、様々なミニ将棋³⁾等)を量子化ルールしたゲームの局面数の上界を求めるのにも使用できる一般的な方法であるが、個々のゲーム特有のルールを無視して上界を求めるため、かなり大雑把な評価となることに注意する。

まず、いくつか量子将棋(量子ゲーム)の局面数(|Q|)を評価するための数学的準備をする。

【補題A】 $T(s, k)$ を次の数とする。

$T(s, k)$: k 種類のものから、各種類最低1個はとり、合計で s 個とるとり方の総数とする。

このとき $T(s, k) = B(s-1, k-1)$ となる。ここで $B(n, r)$ は $B(n, r) = nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ の二項係数とする。

< $T(s, k)$ の簡単な説明 >

例えば、 $T(4, 3) = |\{(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)\}| = 3$

ここで、(1, 1, 2)は3種類あるもの $\{a_1, a_2, a_3\}$ から、 a_1 を1個、 a_2 を1個、 a_3 を2個とることを意味する。

$s < k$ の場合、「最低でも各種類1個はとる」ことに矛盾するから、 $T(s, k) = 0$ とする。

< 補題Aの証明 >

$$T(s, k) = T(s-1, k-1) + T(s-2, k-1) + \dots + T(k-1, k-1) \quad \text{---(A1)}$$

が成り立つ。なぜなら、 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_k\}$ の k 種類のものから合計 s 個とる場合、 a_1 に着目し、 a_1 を1個とる場合、 a_1

を2個とる場合、... a_i を $(s-k+1)$ 個とる場合がある。
 a_i を1個とる場合のとり方の数は、合計で s 個をとるには、
 残り $(k-1)$ 種類のものからそれぞれ最低1個以上とり、
 $(s-1)$ 個とることになるから、 $T(s-1, k-1)$ だけとり方がある。
 a_i を2個とる場合、...、 $(s-k+1)$ 個とる場合を考えると上の(A1)式が出てくる。

そうすると、 $T(s, k) = T(s-1, k-1) + T(s-1, k)$ が成り立ち、
 $B(n, r) = B(n-1, r-1) + B(n-1, r)$ の関係式と、 $T(s, 1) = 1$ より、
 $T(s, k) = B(s-1, k-1)$ が成り立つことが示せる。□ (補題A)

【補題B】まず、将棋、チェスなどのゲームにおける以下の定数を定義する。

- ks : 駒の種類数 (将棋の場合は、玉, 飛, 角, 金, 銀, 桂, 香, 歩の8種類)
- nks : 成り駒の種類数 (将棋の場合は、竜(成飛), 馬(成角), 成銀, 成桂, 成香, と金(成歩)の6種類)
- Ns : 盤の升目の数 (将棋の場合81)
- Nk : 初期局面における1人のプレイヤーの持つ駒の数 (将棋の場合は20)

$Nt = 2^{(ks+nks)}$ とする (駒の状態数の上界)。

この量子ゲームのルール上可能な局面数 $|Q|$ は

$$\sum_{m_1=1}^{Nk} \sum_{m_2=1}^{Nk} B(Nt, m_1) B(Nt, m_2) \sum_{p=Nk} \sum_{q=Nk} F(p, q) \quad \text{--- (B1)}$$

以下である。ここで、

$$p \equiv (p_1, p_2, \dots, p_{m_1}), \quad q \equiv (q_1, q_2, \dots, q_{m_2})$$

$$\sum p \equiv Nk, \quad \sum q \equiv Nk \quad \text{はそれぞれ}$$

「 $p_1 + p_2 + \dots + p_{m_1} = Nk (p_i \geq 1, i = 1, \dots, m_1)$ 」
 「 $q_1 + q_2 + \dots + q_{m_2} = Nk (q_i \geq 1, i = 1, \dots, m_2)$ 」

を意味するものとする。また、今後

$$q_1 = p_{m_1+1}, q_2 = p_{m_1+2}, \dots, q_{m_2} = p_{m_1+m_2} \text{とも解釈する。}$$

そして、 $F(p, q) = F(p_1, \dots, p_{m_1}, q_1, \dots, q_{m_2})$ は、

$$A_1 \equiv B(Ns, r_1) 2^{r_1} (p_1 - r_1 + 1)$$

$$A_2 \equiv B(Ns - r_1, r_2) 2^{r_2} (p_2 - r_2 + 1)$$

⋮

$$A_{m_1} \equiv B(Ns - r_1 - \dots - r_{(m_1-1)}, r_{m_1}) 2^{r_{m_1}} (p_{m_1} - r_{m_1} + 1)$$

$$A_{m_1+1} \equiv B(Ns - r_1 - \dots - r_{m_1}, r_{m_1+1}) 2^{r_{m_1+1}} (q_1 - r_{m_1+1} + 1)$$

⋮

$$A_{m_1+m_2} \equiv B(Ns - r_1 - \dots - r_{(m_1+m_2-1)}, r_{m_1+m_2}) 2^{r_{m_1+m_2}} (q_{m_2} - r_{m_1+m_2} + 1)$$

として、 $F(p, q) \equiv \sum_{r_1=0}^{p_1} \sum_{r_2=0}^{p_2} \dots \sum_{r_{m_1+m_2}=0}^{q_{m_2}} A_1 A_2 \dots A_{m_1+m_2}$ である。
 <証明>

初期に先手の駒が Nk 枚あり、それらは、 $Nt = 2^{(ks+nks)}$ 個の状態のどれかをとる。ある局面で先手由来 (初期局面で先手の駒だったもの) の Nk 枚の駒がとっている状

態の種類数を m_1 とすると (例えば、Fig.1(0)の初期局面では $m_1 = 1$ 、(1)の局面では $m_1 = 2$ である) m_1 は $1 \sim Nk$ (以下) の値をとり得る。

m_1 個の状態の可能性は $B(Nt, m_1)$ 通りの数ある (この中にはルール上あり得ない状態の組み合わせもあるから、これは上界となる)。

その m_1 個の状態を $\{s_1, s_2, \dots, s_{m_1}\}$ とし、 s_1 状態の駒の数を p_1 枚、... s_{m_1} の状態の駒の数を p_{m_1} 枚とすると、 p_1, p_2, \dots, p_{m_1} は $\sum p = \sum p_1 + \dots + p_{m_1} = Nk$ (1プレイヤーの駒の合計数) かつ $p_1 \geq 1, \dots, p_{m_1} \geq 1$ でなくてはならない。

この $(p_1, p_2, \dots, p_{m_1})$ のあり方は $T(Nk, m_1)$ 種類ある。

s_1 状態の駒の数 p_1 枚、...、 s_{m_1} の状態の駒の数 p_{m_1} 枚により構成される局面を考える。それぞれの状態の駒のうち r_1, r_2, \dots, r_{m_1} 枚が盤上にあり、残りが先手または後手の持ち駒になっているものとする ($0 \leq r_i \leq p_i, i = 1, 2, \dots, m_1$)。このような局面の数を数えると、盤面にはまず s_1 状態の駒を配置するマス目のとり方は $B(Ns, r_1)$ 通りあり、そのそれぞれに、(先手由来の駒だったが) 現在は先手の駒か後手の駒かの2通りあるから、駒の配置法は合計 2^{r_1} 通りあり、さらに s_1 状態の駒が先手の持ち駒として、0枚, 1枚, ..., $(p_1 - r_1)$ 枚の $(p_1 - r_1 + 1)$ 通りの持ち駒のあり方がある。これらを総合すると、 s_1 状態の p_1 枚の駒のあり方の数が A_1 となる。

次に、この A_1 通りの場合それぞれに対し、状態が s_2 の駒について同様に考えると、盤のマス目がすでに r_1 か所埋まっているから、この状態の駒のマス目のとり方は $B(Ns - r_1, r_2)$ 通り、現在の駒の向き (先手の駒か後手の駒か)、持ち駒のあり方も同様に考える。 s_1 状態の p_1 枚、 s_2 状態の p_2 枚の駒のあり方は、 $A_1 \times A_2$ のあり方が可能である。以下同様に考え、さらに、後手由来の駒についても同様に考えると上記の式 (B1) がでてくる。

□ (補題B)

【定理2】 $|Q| \leq 1.36 \times 10^{227}$

<証明>

基本的には (B1) 式を数値計算すればよいが、これを直接計算したのでは演算回数が 10^{10} 回のオーダーを超えるため現実的でない。

(B1) 式をさらに上から評価し、そのうえで数値計算を行うこととする。

$$F(p, q) \equiv \sum_{r_1=0}^{p_1} \sum_{r_2=0}^{p_2} \dots \sum_{r_{m_1+m_2}=0}^{q_{m_2}} A_1 A_2 \dots A_{m_1+m_2}$$

$$= \sum_{r_1=0}^{p_1} \dots \sum_{r_{m_1+m_2}=0}^{q_{m_2}} \frac{Ns!}{r_1! \dots r_{m_1+m_2}! (Ns - r_1 - \dots - r_{m_1+m_2})!} \prod_{i=1}^{m_1+m_2} 2^{r_i} (p_i - r_i + 1)$$

ここで、任意の m_1, m_2 に対して $r_1, r_2, \dots, r_{m_1+m_2}$

を $(0 \leq r_i \leq p_i, i=1,2,\dots,m_1+m_2)$ の範囲で動かして

$$\max_{r_1, r_2, \dots, r_{m_1+m_2}} \left\{ \prod_{i=1}^{m_1+m_2} 2^{r_i} (p_i - r_i + 1) \right\} = 2^{Nk+Nk}$$

$$\frac{Ns!}{r_1! \dots r_{m_1+m_2}! (Ns - r_1 - \dots - r_{m_1+m_2})!} \leq \frac{Ns!}{(Ns - p_1 - \dots - p_{m_1+m_2})!} = \frac{Ns!}{(Ns - 2Nk)!}$$

そして、

$r_1, r_2, \dots, r_{m_1+m_2}$ を $0 \leq r_i \leq p_i, i=1,2,\dots,m_1+m_2$ の範囲で動かしたときの、とり得る場合の数は、

$$(g(p_1, \dots, p_{m_1}, q_1, \dots, q_{m_2})) = (p_1+1)(p_2+1)\dots(p_{m_1}+1)(q_1+1)\dots(q_{m_2}+1)$$

$$\rightarrow \max (\text{Sub. To } p_1 + \dots + p_{m_1} + q_1 + \dots + q_{m_2} = 2Nk)$$

の問題を解いて

$$\left(1 + \frac{2Nk}{m_1+m_2}\right)^{(m_1+m_2)}$$

以下であるから、

$$|Q| \leq (B1) \text{ 式} \leq \sum_{m_1=1}^{Nk} \sum_{m_2=1}^{Nk} B(Nt, m_1) B(Nt, m_2) T(Nk, m_1) T(Nk, m_2)$$

$$\times \frac{Ns!}{(Ns - 2Nk)!} \times 2^{2Nk} \times \left(1 + \frac{2Nk}{m_1+m_2}\right)^{(m_1+m_2)} \quad \text{--- (C1)}$$

C1式の数値計算 ($T(Nk, m_i)$ の計算は補題Aによる) により、定理2の結果が得られる。

□ (定理2)

※注 現在、量子将棋において「成る」のルールが2つある。1つは、相手陣地に駒が入った場合その駒は「もとの状態と、成った状態の重ね合わせ状態となる」というものである。この場合、例えば<飛香>が相手陣地に入ったとき<飛香竜 成香>となる。

2つめは、相手陣地に駒が入った場合「プレイヤーは成るか、不成(成らず)かを宣言し、不成の場合は元の状態のまま、成った場合は成った駒の重ね合わせ状態となる」というものである。この場合、例えば<飛香>が相手陣地に入って、プレイヤーが成りを宣言した場合<竜 成香>となるが、不成を宣言した場合<飛香>のままとなる。

上記定理2は、前者のルールによる局面数の上界を計算してある。

後者のルールについても同様に計算すると、

$$Nt = 2^{(ks+nks)} \text{ を } Nt = (2^{ks} + 2^{nks}) \text{ に変更すれば同様に}$$

後者のルールでの局面数の上界が求まる。

後者ルールでの局面数は $|Q| \leq 1.21 \times 10^{159}$ となる。

4. まとめ、および今後の課題

2013年に提案された新たな量子将棋の複雑さを、ルール上可能な局面数により評価した。

可能な局面数の正確な評価は非常に困難であり、本将棋、量子将棋ともに、正確な評価は現在明らかではない。

したがって、上界、下界で評価するが、量子将棋においては、今回示された上界、下界には大きな開きがある。下界はより精密な考察により大きく評価できるものと予想される。

本論文では、量子将棋は本将棋よりも真に複雑であること、そしてその複雑さは(本将棋の場合、本論文と同様の手法で $|S| \leq 10^{70}$ が示されているから^{3) 4)}) 本将棋に比較してかなり大きくなりそうであることが示唆された。

今後の課題として次のことがあげられる。

(課題1) 下界の評価をより正確にすること。

(課題2) 上界の評価をより正確にすること。

(課題3) 量子将棋をプレイする強いコンピュータアルゴリズムを設計すること。

参考文献

- 1) 伊藤 毅志編集, 現役プロ棋士に勝ち越したコンピュータ将棋, 情報処理学会誌 Vol.54 No.9, 通巻 582号, pp904-936 情報処理学会, 2013
- 2) 伊藤 毅志編集, コンピュータ将棋の不遜な挑戦, 情報処理学会誌 Vol.51 No.8, 通巻 546号, pp986-1022, 情報処理学会, 2010
- 3) 大槻 正伸, 将棋の可能な局面数の上界について, コンピュータ将棋協会資料集(Vol.9), pp.1-8, 1996
- 4) 篠田 正人, 将棋における実現可能局面数について 情報処理学会 IPSJ Symposium Series Vol.2008 No.11, (2008), 116-119.
- 5) 田中 哲郎編集, 特集 ゲーム情報学、情報処理学会誌 Vol.53 No.2, 通巻 563号, pp.100-152, 2012
- 6) 田中 哲朗, 「どうぶつしょうぎ」の完全解析, 情報処理学会研究報告ゲーム情報学 (GI), Vol. 2009-GI-22, No. 3, pp. 1-8, 2009
- 7) 松原 仁編集, あから 2010 勝利への道, 情報処理学会誌, Vol.52 No.2, 通巻 552号, pp.152-190, 2010
- 8) アリマアに関するホームページ <http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%A2%E3%83%AA%E3%83%9E%E3%82%A2>
- 9) 量子将棋に関するホームページ <http://shogitter.com/rule/108>
- 10) 本将棋のルールについてのホームページ <http://www.shogi.or.jp/shogi/index.html>
- 11) 電腦戦の情報 <http://www.shogi.or.jp/kisen/denou/index.html>