

一般座標系を用いたいわき市中小河川の2次元平面流の解析

Analysis of the 2-dimensional plane flow of an Iwaki minor river using the general coordinate system

(平成16年9月受理)

菊地卓郎* (KIKUCHI Takuro)

西成田由** (NISHINARITA Yu)

齊藤充弘* (SAITO Mitsuhiro)

Abstract

It is difficult to carry out local measurement of the far-reaching unsteady flow. Therefore, the analysis by the numerical simulation is important when you understand a phenomenon. In this research, it visualizes in order to adopt the model using the advantageous general coordinate system, to perform numerical analysis and to deal with many phenomena from the result as visual information to the minor river which flows Iwaki city, in case the form of a real river is applied to an analysis model.

1. はじめに

実河川においては断面形状や粗度特性が急激に変化したり、湾曲部や蛇行部などの平面形状が複雑になるため、水位や流速の空間的な変動が大きくなる。

このような様々な現象を考える上で、平面流況の把握はその基本となるものである。しかし、実際の河川を対象とした場合、平面的広範囲の流れの現地計測は困難であり、特に洪水時の非定常的な平面流れの変化を計測することは極めて難しい。

このように現地観測が困難または不可能な場合に平面流況を把握する手段として有効なのが数値シミュレーションによる方法である。この方法により、色々な条件下における流況把握が可能となる。このような数値シミュレーションは大規模な河川における有効性はもちろんのこと、中小河川においてもハザードマップ作成における基礎資料といった防災面や環境保全など、多方面における活用が予想される。

本研究では、実河川の複雑な形状を数値解析モデルに適用する際に有効な一般座標系を用いてモデルを構築し、いわき市に流れる中小河川を対象に数値解析を行い、流れの諸現象を視覚的に理解するための重要な情報を提供することを目的とする。

2. 数値解析手法

2-1 平面2次元解析手法

平面二次元の流況を数値的に解析するモデルは、方程式、座標系、数値解析法、離散化手法によって区分される。

まず、方程式においては一部項を省略する場合もあるが、ここではいずれの項も省略しない浅水流方程式 (St.Venant 方程式) を用いることとする。浅水流方程式は、三次元の Navier-Stokes 方程式を静水圧仮定し、水深方向に積分したものであり、本研究の目的上適している。次に座標系であるが、一般座標系が、河道の形状を正確に表現できるだけでなく、格子の形成方法も容易でありそのうえ、格子形状による計算結果への影響が小さい。このことから一般座標系を採用する。差分スキームは、常斜流が混在した流れでも安定しており、計算時間も短い一次上流差分を採用する。数値解析法には、保存則を確実に満たす離散式を得ることができ、流体のシミュレーションにはよく用いられる有限体積法を用いた。

以上をまとめると Table 1 に示すようなモデルとなる。

* 福島工業高等専門学校 建設環境工学科 (いわき市平上荒川字長尾 30)

** 福島工業高等専門学校 物質・環境システム工学専攻

Table 1 平面2次元流況のモデル枠組

基礎方程式	浅水流方程式
座標系	一般座標系
数値解析法	有限体積法
差分スキーム	一次上流差分

2-2 基礎方程式

流れの基礎式は、平面2次元流れの連続式と運動方程式である。まず、デカルト座標系で表示すれば次のようになる。

・連続式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

・運動方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial vM}{\partial y} \\ &= -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u'^2}h \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{u'v'}h \right) \\ & \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial uN}{\partial x} + \frac{\partial vN}{\partial y} \\ &= -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u'v'}h \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{v'^2}h \right) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 t : 時間、 (x, y) : 空間座標、 (u, v) : x, y 方向の水深平均流速、 (M, N) : x, y 方向の流量フラックス、 g : 重力加速度、 h : 水深、 ρ : 水の密度、 z_s : 基準面からの水位、 (τ_{bx}, τ_{by}) : $x-y$ 座標系の底面せん断応力の成分、 $-\overline{u'^2}$ 、 $-\overline{u'v'}$ 、 $-\overline{v'^2}$: $x-y$ 座標系の水深平均レイノルズ応力である。なお、水深平均レイノルズ応力は次式で算出する。

$$-\overline{u'^2} = 2D_h \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{2}{3}k \quad (4a)$$

$$-\overline{u'v'} = D_h \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4b)$$

$$-\overline{v'^2} = 2D_h \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{2}{3}k \quad (4c)$$

$$D_h = \alpha h u_* \quad (5)$$

ここに、 D_h : 渦動粘性係数、 k : 水深平均乱れエネルギー、 α : 定数、 u_* : 摩擦速度 ($u_* = \sqrt{\tau/\rho}$)、 τ :

底面せん断応力である。また、水深平均乱れエネルギーは、以下に示す Nezu and Nakagawa による鉛直方向 (z 方向) の k の分布に関する実験式

$$\frac{k}{u_*^2} = 4.78 \exp \left(-2 \frac{z}{h} \right) \quad (6)$$

を水深積分して得られる次式を用いて算出する。

$$k = 2.07 u_*^2 \quad (7)$$

また、底面せん断応力は、次式のように Manning 則より算出している。

$$\tau_{bx} = \frac{\rho g n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}}, \quad \tau_{by} = \frac{\rho g n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \quad (8)$$

ここで、 n : Manning の粗度係数である。

次に、式(1)、(2)、(3)を、デカルト座標系 (x, y) から一般座標系 (ξ, η) に

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (9)$$

等を用いて変形し、一般座標系表示すれば以下のようになる。

・連続の式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{Uh}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{Vh}{J} \right) = 0 \quad (10)$$

・運動方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{M}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{UM}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{VM}{J} \right) \\ &= -gh \left(\frac{\xi_x}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_{bx}}{\rho J} + \frac{\xi_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'^2}h \right) \\ &+ \frac{\xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'v'}h \right) + \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{u'^2}h \right) + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{u'v'}h \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{N}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{UN}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{VN}{J} \right) \\ &= -gh \left(\frac{\xi_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_{by}}{\rho J} + \frac{\xi_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'v'}h \right) \\ &+ \frac{\xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{v'^2}h \right) + \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{u'v'}h \right) + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{v'^2}h \right) \end{aligned} \quad (12)$$

ここに、 $(\xi_x, \eta_x, \xi_y, \eta_y)$: 変換のマトリックス、 J : 座標変換のヤコビアン、 (U, V) : 流速ベクトルの反変成分である。

3. 実河川への適用

3-1 対象区間

本研究の対象河川はいわき市を代表する河川の一つである新川とした。

河川の概要として、新川は夏井川・新川・仁井田川等に分かれている夏井川水系に属しており、阿武隈山地から太平洋に注ぐ夏井川は流域面積 11993Km²・指定区間長 214260m の2級河川である。その中でも新川はいわき市における平市街地を流れる河川であり、その流況を把握することは防災・環境保全の面からも有効であることから本研究の対象河川とした。

計算対象区間は中流域にあたるいわき市役所南側約 200mを選定した。Fig.1 に対象区間の位置図、Fig.2 に冬季間の河川状況を示す。

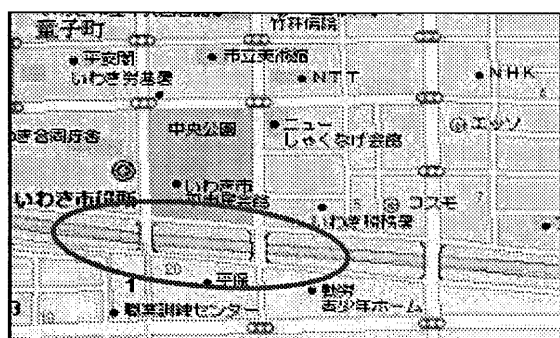


Fig.1 計算対象区間

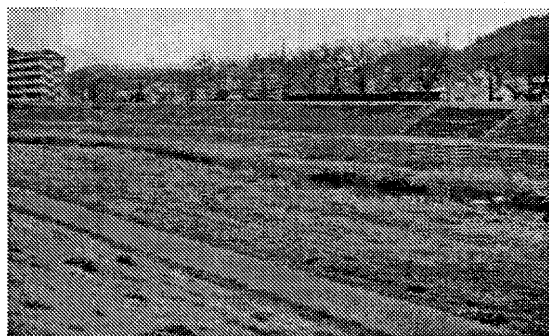


Fig.2 新川(冬季)

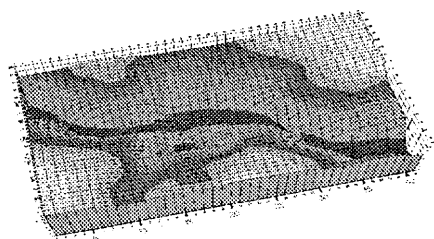


Fig.3 新川の形状

計算対象区間の地形データを3次元コンターで表現したものを Fig.3 示す。このデータは X, Y 座標に対

する河床高を与えることによって作成している。計算領域については河川の横断方向に 35m、流下方向である縦断方向に 200m をとり、各方向ともに 5m 分割とし、横断方向 7 分割・縦断方向 40 分割の 7×40 格子を形成した。

3-2 出水条件

計算を行う際の入力データとしては 3-1 で述べた地形データの他に、流量・水位の時系列データを与えることが必要となる。Fig.4 に上流端境界条件、Fig.5 に下流端境界条件を示す。上流端では流量、下流端では水位を境界条件として与えている。両条件ともに過去に発生した洪水時において観測されたデータを基に値を算出し与えている。

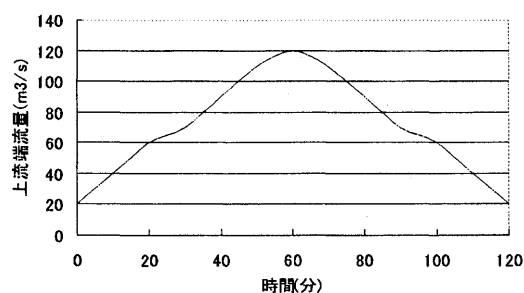


Fig.4 上流端境界条件

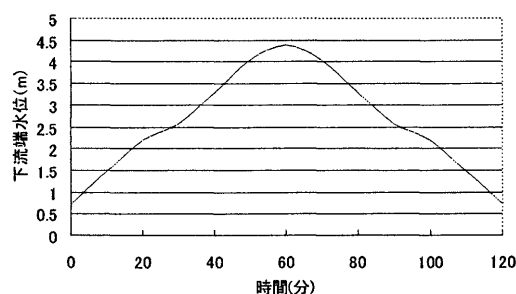


Fig.5 下流端境界条件

4. 数値計算結果

3で述べたように対象区間の地形データ、水位、流量の時系列データを作成した計算モデルに適用し、数値計算を行った。

計算時間間隔を 0.02 秒、結果出力間隔を 20 分とした。平面流況を表現する上で重要な要素となる X, Y 方向流速ベクトルおよび水深・水位を結果として出力した。初期の状態から 120 分後までを計算し、流況変化が顕著に現れているピーク流量とその前後の時間である 20 分、60 分、120 分についての水深分布と流速ベクトルについての考察を以下に示す。

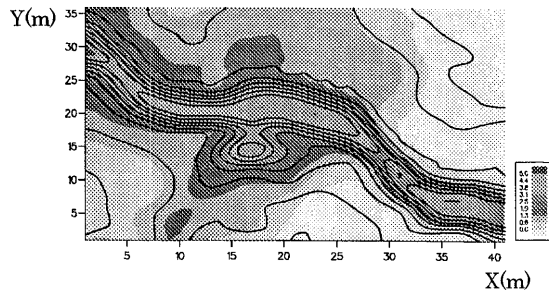


Fig.6 20分後の水深

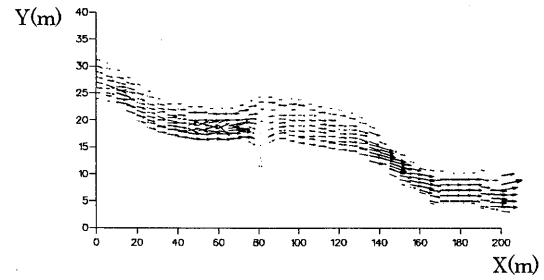


Fig.7 20分後の流速

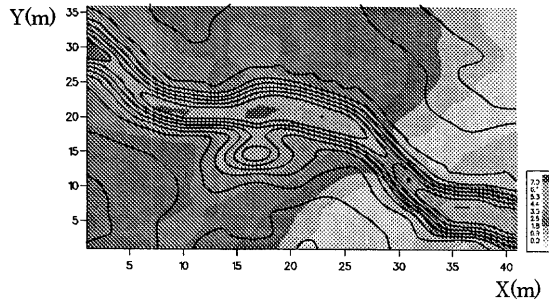


Fig.8 60分後の水深

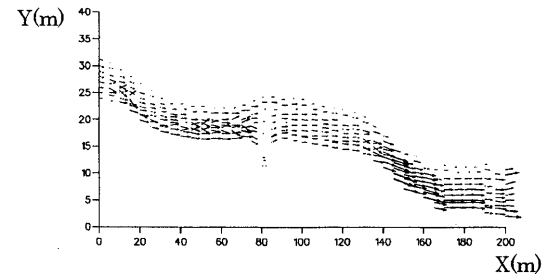


Fig.9 60分後の流速

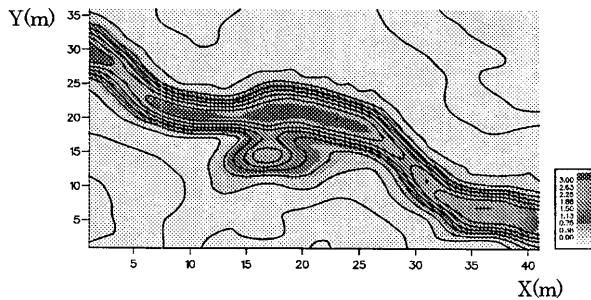


Fig.10 120分後の水深

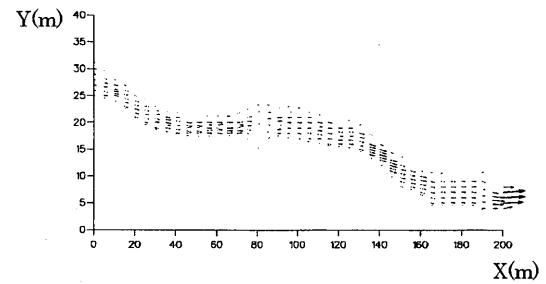


Fig.11 120分後の流速

4—1 水深分布

計算開始 20 分後、60 分後、120 分後の水深分布をそれぞれ Fig.6、Fig.8、Fig.10 に示す。20 分後からピーク流量に到達する 60 分においては水深は増加しており、逆にピーク時から 120 分後では水深が減少している。また、ピーク流量時には対象流域全体に亘って高水敷を越え、流出している様子が見られる。本計算で与えた出水条件である流量は、実際の洪水時の値を用いていることから、計算の妥当性を示している。

4—2 流速ベクトル分布

計算開始 20 分後、60 分後、120 分後の流速ベクトルをそれぞれ Fig.7、Fig.9、Fig.11 に示す。流量の増加とともに徐々に流速が大きくなっていることがわかる。また、河川形状に伴う流速の変化も確認することが出来る。流速分布も水深分布と同様に平面流況をよく表す結果となった。

5. まとめ

本研究において実河川の地形データを用いて、数値シミュレーションをすることにより実河川で起こる諸現象を視覚的に捉えることが出来た。このことより、実際には計測が困難な洪水時のような場合にも河川でどのような現象が起きているかを表現し、把握することが可能となる。

今後の課題として、いわき市における様々な河川の数値シミュレーションを行うことが挙げられる。

6. 参考文献

- 1) 土木学会水理委員会基礎水理部、水工学における計算機利用の講習会講義集、1999 年
- 2) 須藤賢一、非定常平面流れの数値解析、福島工業高等専門学校卒業研究報告、2002 年
- 3) BIGLOBE 地図、<http://map.biglobe.ne.jp>, NEC Corporation, 2004 年